THEORETIKUM ZUR MECHANIK I WS 09/10

Aufgabenblatt 8 **11.12.2009**

Aufgabe 1: Das mathematische Pendel mit schwacher Dämpfung (12 Punkte: 5+5+2)

Für die Bewegung eines Pendels mit der Fadenlänge l und der Masse m erhält man unter Annahme kleiner Auslenkwinkel ϕ und Vernachlässigung der Reibung

$$ml\ddot{\phi} = -mg\phi \; . \tag{1}$$

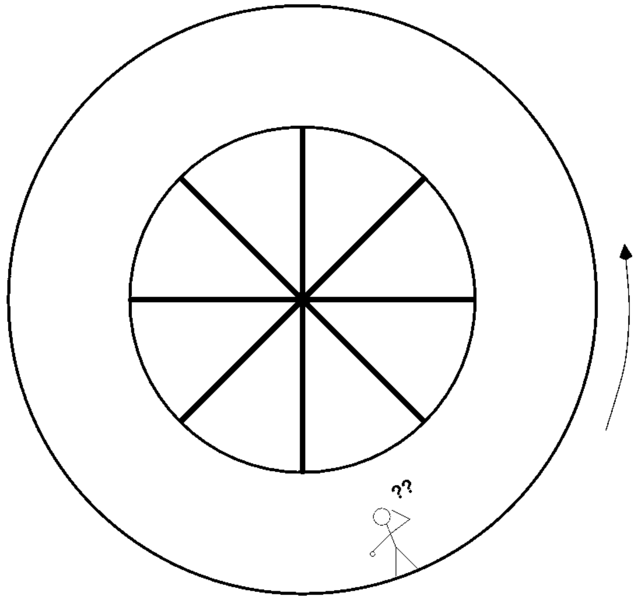
Als allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung findet man

$$\phi(t) = A_0 \cos(\omega\, t + \delta) \; , \qquad \omega = \sqrt{g/l} \; . \tag{2}$$

Nimm die Stokes'sche Reibungskraft ($F_r = -\alpha l\dot{\phi}$) in die Newtonsche Bewegungsgleichung (1) auf und berechne die neue Lösung:
a) Bei hinreichend schwacher Stokes'scher Reibung bleibt das System schwingungsfähig, d.h. $\alpha < \alpha_c$. Wie lautet α_c? Zeige, daß in diesem Fall die Lösung der neuen Bewegungsgleichung von der Form (2) ist, mit einer *veränderten Schwingungsfrequenz* ω' und einer *zeitlich exponentiell abklingenden Schwingungsamplitude* $A(t)$. Gib die neue Schwingungsfrequenz ω' in Abhängigkeit von g, l und dem Reibungskoeffizienten α und die Funktion $A(t)$ an.
b) Bei hinreichend starker Stokes'scher Reibung ($\alpha > \alpha_c$) schwingt das System nicht. Wie sieht die allgemeine Lösung $\phi(t)$ aus?
c) Studiere zuletzt den Fall $\alpha = \alpha_c$.

Aufgabe 2: Freier Fall im Raumschiff der Space Odyssey 2001 (8 Punkte)

Dave Bowman befindet sich in einem zylindrischen Raumschiff, das sich um seine Achse dreht. Dadurch wird eine fiktive Schwerkraft mg am Rande des Zylinders erzeugt (siehe Abbildung).
Dave beobachtet ein aufregendes Phänomen: Lässt er einen Golfball auf den Boden fallen, so trifft der Ball nicht genau unter dem Punkt des Loslassens auf, sondern immer etwas versetzt.
Gib die dafür verantwortliche Scheinkraft in dem sich mit dem Raumschiff mitdrehenden Koordinatensystem an. Welche Richtung hat diese Scheinkraft?
Berechne den Abstand zwischen dem Auftreffpunkt, den Herr Bowman eigentlich erwartet hätte, und dem, den er tatsächlich beobachtet. In welche Richtung findet die beobachtete Abweichung statt?



Bowman im Raumschiff.

Aufgabe 3: Freier Fall in Frankfurt am Main (10 Punkte)

Lässt man hier in Frankfurt aus 10 Metern Höhe einen Stein fallen, so trifft dieser etwas versetzt unterhalb des Punktes des Loslassens auf. Berechne den östlichen Anteil dieser Abweichung in einem sich mit der Erde mitdrehenden Koordinatensystem.

Anleitung: Nützliche Koordinatenwahl: die z-Achse zeigt von der Erdoberfläche aus senkrecht nach oben, die x-Achse nach Süden und die y-Achse nach Osten. Berechne die Erddrehfreqenz ω. Vernachlässige aufgrund der Kleinheit von ω alle Terme in den Bewegungsgleichungen, die proportional zu ω^2 sind. Vernachlässige auch die Zentrifugalkraft. Die geographische Breite für Frankfurt am Main soll berücksichtigt werden.