# THEORETIKUM ZUR ELEKTRODYNAMIK WS 10/11

**Aufgabenblatt 2** **5.11.2010**

*Aufgabe 1: 4-Potential* (10 Punkte = 2 + 3 + 3 + 2)

Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}$ und die magnetische Induktion $\vec{B}$ für die folgenden 4-Potentiale:

1. $A^\mu = aX^\mu$, wobei $a =$ konstant.
2. $A^\mu = aX^\mu e^{-\lambda X_\sigma X^\sigma}$, wobei $a =$ konstant, $\lambda =$ konstant.
3. $A^\mu = a\partial^\mu \theta(X)$, wobei $\theta$ eine beliebige Funktion der Raum-Zeit-Variablen $X^\mu$ und $a =$ konstant ist.
4. Führen Sie die Resultate der Aufgabenteile 1. und 2. durch spezielle Wahl der Funktion $\theta(X)$ auf das Resultat des Aufgabenteils 3. zurück.

*Aufgabe 2: Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$* (10 Punkte = 3 + 7)

1. Gegeben seien die Vektorfelder

$$\vec{E}(\vec{r}) = k\frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3},\ \vec{B}(\vec{r}) = \vec{0}\ , \tag{1}$$

wobei $k =$ konstant ist. Wie lautet das 4-Potential $A^\mu(t, \vec{r})$, aus dem die Vektorfelder (1) folgen? Ist die Lösung eindeutig?

2. Gegeben seien die Vektorfelder

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{0}\ ,\ \vec{B}(\vec{r}) = \frac{k}{2\pi}\left(\frac{-y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}, 0\right)\ , \tag{2}$$

wobei $k =$ konstant ist. Wie lautet das 4-Potential $A^\mu(t, \vec{x})$, aus dem die Vektorfelder (2) folgen? Zeichnen Sie die Vektoren des Feldes $\vec{B}(\vec{r})$ in der $xy$-Ebene.

*Aufgabe 3: Folgerungen aus der Lorentz-Invarianz von $\vec{E}\cdot\vec{B}$ und $\vec{B}^2 - \frac{1}{c^2}\vec{E}^2$* (10 Punkte = 4 + 6)

1. Sei $\theta_0$ der Winkel zwischen vorgegebenen Feldern $\vec{E}$ und $\vec{B}$. Welchen Wert muss $\theta_0$ haben, damit er in allen Inertialsystemen identisch ist?
2. Nehmen Sie an, dass $\vec{E}\cdot\vec{B} = 0$ gelte. Zeigen Sie für den Fall $B^2 - \frac{E^2}{c^2} > 0$, dass es eine Lorentz-Transformation in ein System gibt, in dem $\vec{E}' = 0$ gilt. Zeigen Sie weiterhin, dass es im Falle von $B^2 - \frac{E^2}{c^2} < 0$ eine Lorentz-Transformation in ein System gibt, in dem $\vec{B}' = 0$ ist. Welche Situation liegt vor, wenn $B^2 - \frac{E^2}{c^2} = 0$ ist?

   *Tipp:* Man drehe im ersten Fall das Koordinatensystem so, dass $E^z = 0$ ist und führe dann eine Lorentz-Transformation in Richtung der $z$-Achse durch. Analog drehe man im zweiten Fall das Koordinatensystem so, dass $B^z = 0$ ist.