

Aufgabe 1: 2 Kugeln (10 Punkte = 2 + 3 + 3 + 2)

Gegeben seien zwei leitende Kugeln: K_1 mit Radius R_1 und K_2 mit Radius R_2 . K_1 trägt die elektrische Ladung Q_1 und K_2 die Ladung Q_2 . Zur Zeit $t = 0$ werden die zwei Kugeln mit einem Leitungsdraht verbunden. Die Ladung auf dem Leitungsdraht sei vernachlässigbar und die Kugeln seien weit entfernt voneinander.

1. Wie lautet die Verteilung der Ladung auf K_1 und K_2 für $t < 0$?
2. Wie lautet die Verteilung der Ladung auf K_1 und K_2 für $t > 0$?
3. Wie lautet die elektrostatische Energie des Systems für $t < 0$ und für $t > 0$? Wird die Energie für $t < 0$ kleiner oder größer? Warum ist das Resultat zu erwarten?
4. Ist das Resultat vom Aufgabenteil 3. im Einklang mit der Energieerhaltung?

Aufgabe 2: Laplace (9 Punkte = 2 + 3 + 4)

Sei $\rho(x, y, z) = 0$. Lösen Sie die Laplace-Gleichung für das Potential $\varphi(x, y, z)$ für die folgenden Fälle.

1. Für das Potential

$$\varphi(x, y, z) = A(x) .$$

2. Für das Potential

$$\varphi(x, y, z) = A(x) + B(y) + C(z) .$$

3. Für das Potential

$$\varphi(x, y, z) = A(x)B(y)C(z) .$$

Aufgabe 3: Spiegelladung (11 Punkte = 2 + 3 + 3 + 3)

Gegeben sei die Punktladung Q im Punkt $(a, 0, 0)$ und eine Kugel mit Radius $R < a$ und Mittelpunkt im Koordinatenursprung.

1. Wo befindet sich die virtuelle Spiegelladung Q^* , damit das System $Q-Q^*$ dem System Ladung-Kugel äquivalent ist? (Sei $\varphi(r = R) = 0$, d.h. das Potential verschwindet auf der Oberfläche der Kugel).
2. Wie lautet das Potential $\varphi(r, \theta, \varphi)$, das vom System Ladung-Kugel erzeugt wird?
3. Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(r, \theta, \varphi)$? Wie lautet es in der Nähe der Kugel?
4. Berechnen Sie die Ladungsdichte $\sigma(\theta, \varphi)$, die auf der Kugel induziert wird.